

ELEMENTO COLUMNA DE HORMIGON ARMADO CON INTERACCION CORTE-AXIAL Y FLEXION-AXIAL

Gonzalo S. Torrisi, Francisco J. Crisafulli

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Parque general San Martín, 5500, Mendoza
gtorrisi@fing.uncu.edu.ar, jcrisa@uncu.edu.ar

Alberto Pavese

Dipartimento di Meccanica Strutturale, Università degli Studi di Pavia, Via Ferrata 1, 27100
European Centre for Training & Research in Earthquake Engineering, Pavia, Italy
a.pavese@unipv.it

RESUMEN

Se presentan dos modelos simples de columna para representar la incidencia del efecto de corte y de flexión y la interacción entre estos y la carga normal en la respuesta global de columnas solicitadas por estos esfuerzos de corte, flexión y axial. Los modelos constan de barras elásticas con resortes de flexión no lineales en los extremos y resortes no lineales de corte, concentrados en el centro de la luz para uno de ellos y en los extremos para el segundo modelo. Todos los resortes siguen modelos histeréticos que representan los efectos principales de flexión y corte y con envolventes obtenidas en forma simple por métodos usuales para estructuras de hormigón armado. El acoplamiento entre la flexión y corte se consigue trabajando con la matriz de rigidez y la interacción con la fuerza axial se obtiene modificando las envolventes resultante de la variación de la carga axial. Se puede concluir que los modelos simples representan muy bien la interacción entre los esfuerzos de flexión y corte y la degradación de resistencia con los ciclos de carga/descarga y resulta de fácil implementación en programas de análisis no lineal.

ABSTRACT

Two simple models of column are presented, to represent the effects of shear and bending forces and the interaction between them and the axial forces. The models are elastic bars with nonlinear flexural springs at both ends and nonlinear shear springs at the ends for one of the models and one central nonlinear shear spring in the other case. All the springs follow hysteretic rules which represent the principal effects of flexure and shear, with envelopes which are obtained with simple procedures for reinforced concrete structures. The coupling of bending and shear is given in the stiffness matrix and the interaction with the axial force is given by the modification of the envelopes due to the variation of it. The models represent, in an accurate way, the coupling between bending and shear forces and the interaction of them with the axial force, also the strength degradation due to the unload/reload cycles is well represented. The models are simple to implement in a nonlinear analysis program.

1. INTRODUCCION

Las fallas de corte en elementos de hormigón armado son del tipo frágil. Si bien actualmente se trata de evitar este tipo de fallas usando procedimientos de diseño por capacidad, existen estructuras que han sido diseñadas con anterioridad a la aplicación de estos criterios o bien, debido a que se consideraba un comportamiento diferente, se le daba poca importancia estos esfuerzos. Esto último ocurre en las estructuras de mampostería encadenada sujetas a acciones horizontales, donde si bien los encadenados, especialmente los verticales, están sometidos principalmente a esfuerzos axiales, los esfuerzos de flexión y corte tienen, en algunos casos, valores elevados (Combescurie 2006, Torrisi y Crisafulli 2010).

Existen en la actualidad diversos modelos para representar el comportamiento de columnas de hormigón armado, que van desde modelos muy simples hasta algunos muy complejos en donde la cantidad de datos a considerar es muy elevado (Ceresa *et al.* 2009). Algunos de estos modelos son los llamados modelos de fibras, los cuales subdividen a la sección en una cierta cantidad de fibras de hormigón y acero cada una de ellas con su correspondiente modelo histerético, además, subdividen al elemento en varias secciones para su posterior integración, donde cada una de ellas es representada por la sección de fibras. Un programa muy difundido que utiliza este método es SEISMOSTRUCT (Seismosoft 2007). Si bien estos modelos representan en forma adecuada el comportamiento flexional del elemento, algunos son incapaces de representar el efecto del corte. Por tal motivo se han desarrollado nuevos modelos (Ceresa *et al.* 2009) que consideran estos efectos, sin embargo, el costo computacional y la carga de datos hace, que su uso, sean muy complejos..

Algunos autores (Filippou y Issa 1988, Scapone *et al.* 1992 han propuesto elementos más simples en donde realizan una mezcla entre modelos de fibras y el comportamiento global del elemento, definido por un ciclo histerético y una envolvente de esfuerzos, sin embargo, persiste el problema de la definición de la sección del elemento para utilizar el modelo de fibras.

En este trabajo se presentan dos modelos simple que tiene en cuenta los esfuerzos de flexión y de corte y una interacción entre ellas y las fuerzas axiales. La formulación de los modelos está dada en términos de flexibilidad y el comportamiento flexional y de corte se realiza mediante la definición de las envolventes momento-curvatura y corte-distorsión que siguen leyes histeréticas previamente definidas.

2. FORMULACION DE LOS ELEMENTOS

Para modelar el comportamiento de los elementos de hormigón armado sometidos a esfuerzos de corte y flexión acoplados se han desarrollado 2 modelos simples. El primero de ellos, elemento EMV1a, es una viga de Euler-Bernoulli con energía de corte donde el comportamiento de flexión y corte está dado por resortes no lineales en los extremos. El segundo elemento, EMV1b, es también una viga de Euler-Bernoulli con energía de corte en donde la flexión se modela mediante resortes no lineales en los extremos y el corte mediante un resorte central, también con comportamiento no lineal.

Se plantean dos modelos para evaluar las ventajas y desventajas en cada uno de ellos. En el primero de ellos, la ventaja principal es la simple implementación. En este caso, la matriz de flexibilidad total del elemento es la suma directa de matrices de flexibilidad para los distintos efectos., sin embargo, al considerar el esfuerzo de corte distribuido en el elemento (representado por dos resortes extremos), la degradación se produce en todo el elemento y no se pueden conocer ciertas variables como por ejemplo los desplazamientos de corte, además no representa en forma física la fisura de corte. El segundo modelo tiene la ventaja de poseer un resorte físico que permite conocer el desplazamiento de las secciones y representa la fisura de corte en forma más exacta. Además, este modelo degrada su resistencia y rigidez a corte sólo en la zona del resorte. Sin embargo, la implementación es más compleja ya que requiere una condensación de los grados de libertad internos del elemento (correspondientes al elemento resorte de corte), a los grados de libertad externos del elemento.

La figura 1 muestra esquemáticamente los elementos EMV1a y EMV1b. En primer lugar se muestra el elemento EMV1a con sus grados de libertad y las flexibilidades de los resortes de flexión f_{s1} y f_{s2} , y de corte f_{c1} . En segundo lugar se presenta el elemento EMV1b previo a ser condensados los grados de libertad internos y finalmente el elemento EMV1b una vez realizada la condensación de los grados de libertad internos. En esta figura también se muestran los resortes de flexión y corte con sus flexibilidades f_{s1} y f_{s2} y la rigidez K_v , respectivamente.

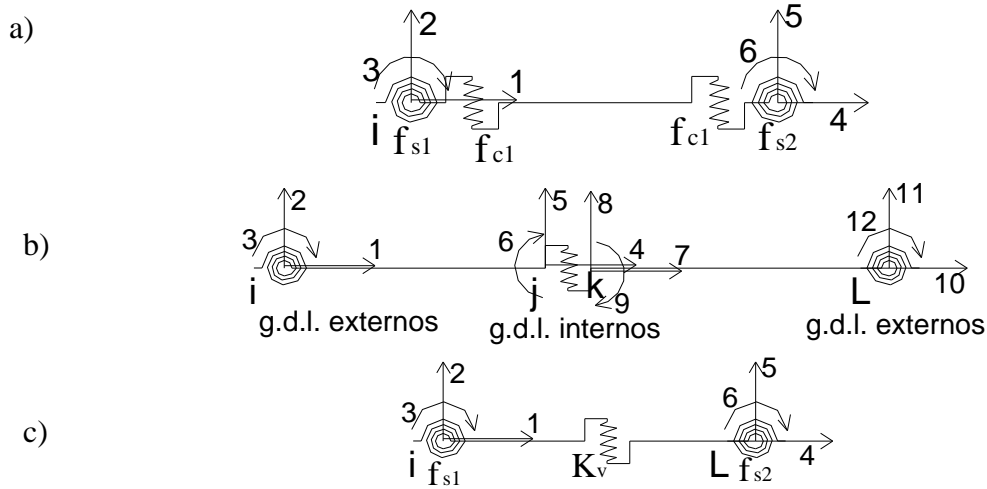


Figura 1 Elementos EMV1a y EMV1b con sus grados de libertad. a) Elemento EMV1a, b) Elemento EMV1b con los grados de libertad antes de ser condensados. c) Elemento EMV1b con los grados de libertad condensados

En los elementos mostrados en la figura 1, los grados de libertad del elemento (1 a 6), son los expresados en la ecuación 1, los cuales están relacionados con los esfuerzos mostrados en la ecuación 2.

$$\{u\} = [x_1 \quad y_1 \quad \theta_1 \quad x_2 \quad y_2 \quad \theta_2]^T \quad (1)$$

$$\{Q\} = [N_1 \quad V_1 \quad M_1 \quad N_2 \quad V_2 \quad M_2]^T \quad (2)$$

En la ecuación 1, x , y , θ , representan los desplazamientos en dirección de la barra (axial, 1 y 4), perpendicular a la misma (2 y 5) y el giro de los nodos extremos (Flexión, grados de libertad 3 y 6).

2.1 Elemento EMV1a

El primer modelo planteado corresponde a una barra de Euler-Bernoulli con energía de corte. La formulación de este elemento se realiza en términos de flexibilidad (Flores-Lopez 1993, D'ambrisi y Filippou 1999, Leu y Cheng 2000, Al-Haddad 1990, Thonson y Flores-Lopez 2004, Filippou y Issa 1998) debido a que resulta más sencilla la consideración de los distintos efectos.

La matriz de flexibilidad total elemental del modelo está compuesta por 4 submatrices. La primera de ellas corresponde a la formulación pura de Euler-Bernoulli, F_{eb} , obtenida aplicando momentos unitarios en los extremos de una viga simplemente apoyada. La segunda tiene en cuenta la energía de corte, F_{ec} , la cual se obtiene por el corte inducido al aplicar momentos unitarios en los extremos de la viga anteriormente mencionada. La tercer submatriz, denominada F_{bi} , incluye la contribución de las rótulas de flexión de los extremos, es decir, la flexibilidad del resorte de flexión y la cuarta submatriz, llamada F_{ci} , es la encargada de aportar el comportamiento no lineal por corte. La

ecuación 3 muestra las distintas matrices de flexibilidad sumadas para obtener la matriz de flexibilidad elemental F del subelemento EMV1a.

$$[F] = [F_{eb}] + [F_{ec}] + [F_{bil}] + [F_{ci}] \quad (3)$$

La formulación de las matrices de flexibilidad elásticas está dada, por las ecuaciones 4 a 7 (Aguar 2003)

$$[F_{eb}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_1}{3EJ} & -\frac{L_1}{6EJ} \\ 0 & -\frac{L_1}{6EJ} & \frac{L_1}{3EJ} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[F_{ec}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{GA_c L_1} & \frac{1}{GA_c L_1} \\ 0 & \frac{1}{GA_c L_1} & \frac{1}{GA_c L_1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[F_{bil}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & f_{s2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[F_{ci}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{ci} & f_{ci} \\ 0 & f_{ci} & f_{ci} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Donde A es el área de la sección transversal del elemento, A_c el área de corte del mismo, J es el valor de momento de inercia de la sección transversal, E y G son los módulos de elasticidad y de corte del material y L_1 es la longitud del tramo. Los factores f_{s1} y f_{s2} son las flexibilidades de los resortes de flexión y f_{ci} la flexibilidad de corte y son definidos según las ecuaciones 8 y 9 (Carr 2007).

$$f_{si} = \frac{(1 - r_i)}{r_i} \frac{L_p}{EJ} \quad (8)$$

$$f_{ci} = \frac{(1 - p_i)}{p_i} \frac{1}{GA_c L_1} \left(\frac{L_{cr}}{L_1} \right) \alpha_c \quad (9)$$

En las ecuaciones anteriores r_i y p_i son los factores bilineales para flexión y corte respectivamente, definidos como la rigidez tangente instantánea sobre la rigidez inicial. El factor α_c fue calibrado con ensayos experimentales y tiene en cuenta la variabilidad del módulo de corte y del área de corte. Cabe aclarar que el modelo histerético a utilizar no puede tener comportamiento plástico perfecto (Carr 2007), es decir una pendiente igual a cero ya que el factor bilineal sería infinito, es por ello que se debe introducir un valor no nulo, positivo o negativo.

Una vez obtenida la matriz F se procede a invertir la misma para obtener la matriz K_0 . La matriz de rigidez del elemento K_e , se obtiene con la ecuación siguiente:

$$[K_e] = [B]^T [K_o] [B] \quad (10)$$

Donde B es la matriz de transformación definida como:

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_1 & 0 & 0 & -1/L_1 & 1 \\ 0 & 1/L_1 & 1 & 0 & -1/L_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

La matriz K_e representa la matriz de rigidez del elemento EMV1a, en coordenadas locales, con un orden de desplazamientos según la ecuación 1.

2.2 Elemento EMV1b

El segundo modelo planteado corresponde, al igual que el primero, a una barra de Euler-Bernoulli con energía de corte. En este caso se analiza la matriz de flexibilidad de los tramos elásticos anterior y posterior al resorte de corte central y la contribución de los resortes flexionales extremos. Estas matrices se invierten para obtener las matrices de rigidez de cada tramo y se ensamblan con la matriz de rigidez del resorte colocado a mitad de longitud. La matriz de rigidez resultante posee 12 grados de libertad, los cuales hay que condensar para llevar a los grados de libertad de los nudos extremos (Ascheri *et al* 2009), quedando así una matriz de rigidez de 6x6.

La ecuación 12 expresa la matriz de flexibilidad elástica de cada tramo, de longitud L_1 , del subelemento EMV1b, considerando que el resorte de corte se encuentra a mitad de longitud.

$$[F_e] = \begin{bmatrix} \frac{L_1}{2EA} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_1}{6EJ} & -\frac{L_1}{12EJ} \\ 0 & -\frac{L_1}{12EJ} & \frac{L_1}{6EJ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{GA_c L_1}{2} & \frac{GA_c L_1}{2} \\ 0 & \frac{GA_c L_1}{2} & \frac{GA_c L_1}{2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Las matrices de flexibilidad que tienen en cuenta la rigidez de los resortes de flexión extremos están dadas en las ecuaciones 13 y 14.

$$[F_{b1}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[F_{b2}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{s2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

La matriz de rigidez elemental de cada tramo K_1 y K_2 , se obtiene invirtiendo las matrices F_{e1} y F_{e2} , definidas como:

$$[F_{e1}] = [F_e] + [F_{b1}], \quad [F_{e2}] = [F_e] + [F_{b2}] \quad (15)$$

$$[K_1] = [F_{e1}]^{-1}, \quad [K_2] = [F_{e2}]^{-1} \quad (16)$$

La matriz de rigidez en coordenadas locales de cada tramo se obtiene de la siguiente forma

$$[K_{e1}] = [B_1]^T [K_1] [B_1] \quad (17)$$

$$[K_{e2}] = [B_1]^T [K_2] [B_1] \quad (18)$$

$$[B_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2/L_1 & 0 & 0 & -2/L_1 & 1 \\ 0 & 2/L_1 & 1 & 0 & -2/L_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

La matriz de rigidez del resorte central queda expresada como sigue

$$[K_v] = \begin{bmatrix} K_{xe} & 0 & 0 & -K_{xe} & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 & 0 & -K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_{\theta e} & 0 & 0 & -K_{\theta e} \\ -K_{xe} & 0 & 0 & K_{xe} & 0 & 0 \\ 0 & -K_y & 0 & 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & -K_{\theta e} & 0 & 0 & K_{\theta e} \end{bmatrix} \quad (20)$$

donde K_y es la rigidez del resorte de corte y K_{xe} y $K_{\theta e}$ son las rigideces elásticas axial y de flexión definidas como sigue

$$K_{xe} = \frac{2EA}{L_1} \quad (21)$$

$$K_{\theta e} = \frac{12EJ}{L_1} \quad (22)$$

La rigidez K_y se obtiene como la inversa de la ecuación 7 para valores de p_i distintos de 1. Si el valor de p_i es igual a 1, comportamiento elástico, el valor de la rigidez se evalúa como V_{cr}/γ_{cr} , siendo V_{cr} el corte de agrietamiento y γ_{cr} la distorsión de corte correspondiente.

Las matrices K_{e1} , K_{e2} y K_v se ensamblan en serie en una matriz K_o , colocando la submatriz del subelemento K_{e1} , a continuación la matriz del resorte K_v y finalmente la matriz de rigidez correspondiente al subelemento K_{e2} . Una vez realizado el ensamblaje de las submatrices mencionadas en la matriz K_o , se procede a ordenar los grados de libertad de modo que en primer lugar se encuentren los grados de libertad correspondientes a los nudos extremos y posteriormente los correspondientes a los nodos interiores. Esto se realiza con la ecuación 23, valiéndose de la matriz C , definida en la ecuación 24.

$$[K_d] = [C]^T [K_o] [C] \quad (23)$$

La matriz K_d es una matriz que se encuentra subdivida en 4 submatrices. La primera de ellas K_{AA} incluye los 6 grados de libertad extremos, K_{BB} , los 6 grados de libertad internos y K_{AB} y K_{BA} que incluyen el acoplamiento entre ambos.

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$[K_d] = \begin{bmatrix} [K_{AA}] & [K_{AB}] \\ [K_{BA}] & [K_{BB}] \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[K_e] = [K_{AA}] - [K_{AB}][K_{BB}]^{-1}[K_{BA}] \quad (26)$$

Mediante la condensación, realizada con la expresión 26, se eliminan los grados de libertad internos del elemento, aquellos que vinculan el primer tramo de viga con el resorte central y éste con el segundo tramo de viga. La matriz obtenida por aplicación de la ecuación 26 posee los grados de libertad ordenados de acuerdo a la expresión 1.

Las matrices de rigidez de los elementos K_e , definidas por las ecuaciones 10 y 26, se ensamblan luego en la matriz de rigidez global de la estructura, previo paso de coordenadas locales a coordenadas globales.

2.3 Solución incremental y obtención de deformaciones y fuerzas internas.

Una vez ensamblada las matrices de rigidez de los elementos en el sistema, se procede a resolver el sistema de ecuaciones. Esta solución se obtiene en forma incremental, obteniendo incremento de desplazamientos para los nodos del macroelementos, Δu_m , y por consiguiente incrementos de desplazamientos para cada subelemento, Δu_e . Además, si la solución es del tipo implícita, se puede utilizar algún procedimiento tipo Newton-Raphson (Filippou *et al* 1992), para verificar el equilibrio global y local. Alternativamente se puede utilizar un procedimiento explícito para resolver el sistema y los elementos.

El incremento de fuerzas internas, ΔQ , viene dado por la ecuación 27, donde Δu_e esta definido en la ecuación 28.

$$\{\Delta Q\} = [\Delta N_1 \quad \Delta V_1 \quad \Delta M_1 \quad \Delta N_2 \quad \Delta V_2 \quad \Delta M_2]^T = [K_e]\{\Delta u_e\} \quad (27)$$

$$\{\Delta u_e\} = [\Delta x_1 \quad \Delta y_1 \quad \Delta \theta_1 \quad \Delta x_2 \quad \Delta y_2 \quad \Delta \theta_2]^T \quad (28)$$

A partir del incremento de fuerzas internas ΔQ , se calcula el incremento de deformaciones internas (Carr 2007), que para el caso de curvaturas se obtiene como se indica a continuación.

$$\Delta\phi_1 = \frac{\Delta M_1}{r_1 EJ} \quad (29)$$

$$\Delta\phi_2 = \frac{\Delta M_2}{r_2 EJ} \quad (30)$$

Para el caso particular del elemento EMV1a, el incremento de la distorsión de corte se calcula de acuerdo con la ecuación 31.

$$\Delta\gamma = \frac{\Delta V_1}{pGA_c} \quad (31)$$

Si se trabaja con el elemento EMV1b, el incremento de la distorsión de corte se obtiene como se explica a continuación. Primero se obtiene la matriz de desplazamientos internos K_i (ecuación 32), luego se calcula el desplazamiento en el resorte central, según la ecuación 33 (Ascheri *et al* 2009) y posteriormente se evalúa el esfuerzo en dicho resorte con la ecuación 34, para finalmente obtener el valor buscado del incremento de distorsión de corte, ecuación 31.

$$[K_i] = -[K_{BB}]^{-1}[K_{BA}] \quad (32)$$

$$\{\Delta u_r\} = [K_i]\{\Delta u_e\} \quad (33)$$

$$\{\Delta Q\} = [K_v]\{\Delta u_r\} \quad (34)$$

Con los valores incrementales de las deformaciones internas se entra en los diagramas histeréticos correspondientes y se obtienen los valores de rigidez tangente instantánea, factores bilineales y fuerzas internas. Si dichas fuerzas no son iguales, dentro de un margen de error establecido, a las externas, se procede a realizar iteraciones de equilibrio en el incremento para asegurar la convergencia.

Para tener en cuenta la interacción entre las fuerzas axiales y de corte y las fuerzas axiales y de flexión, se modifican las envolventes de dichos esfuerzos, (corte y flexión), con el valor de la fuerza axial en el elemento. Es por ello que se ingresa primero al modelo histeréticos para la fuerza normal y luego con ese valor se modifican las envolventes y se ingresa con los incrementos de curvatura y distorsión de corte.

3. COMPORTAMIENTO DEL MODELO Y LEYES HISTERETICAS

El comportamiento de cada resorte no lineal está caracterizado por su ciclo histerético, el cuál relaciona la deformación interna (curvatura, distorsión de corte o deformación axial) con el esfuerzo característico (momento, corte o fuerza axial). Estos ciclos histeréticos son definidos en función del comportamiento observado para cada esfuerzo. En los elementos propuestos se utiliza el modelo de Takeda (figura 2) para representar el comportamiento de los resortes de flexión, y un modelo trilineal con estrangulamiento de lazo (*pinching*), mostrado en la figura 3, para representar el comportamiento bajo esfuerzos de corte. El comportamiento axial se modela según una ley histerética bilineal (figura 4) en tracción, con rigidez postfluencia ηK_o y un comportamiento lineal en compresión. Como parámetro común, en la definición de todos los modelos histeréticos se ha considerado una degradación de rigidez en la descarga, modificando la rigidez inicial por un factor menor que la unidad.

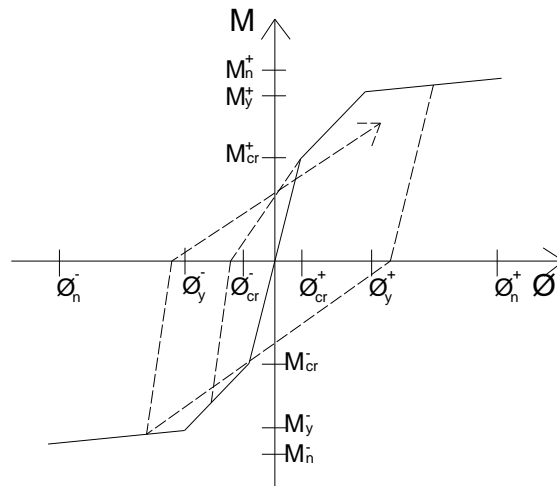


Figura 2 Modelo de Takeda para los resortes de flexión

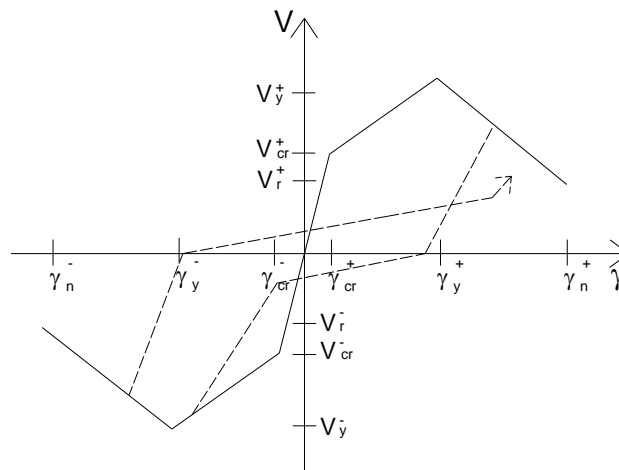


Figura 3 Modelo trilineal con *pinching* para los esfuerzos de corte

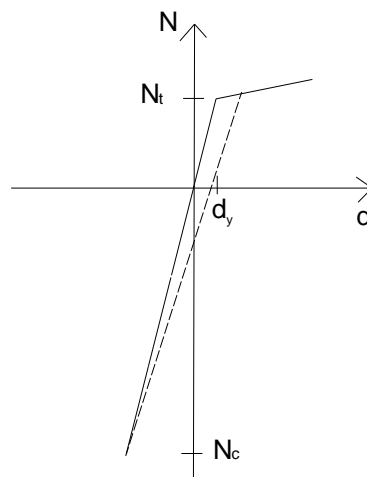


Figura 4 Modelo bilineal para los esfuerzos axiales

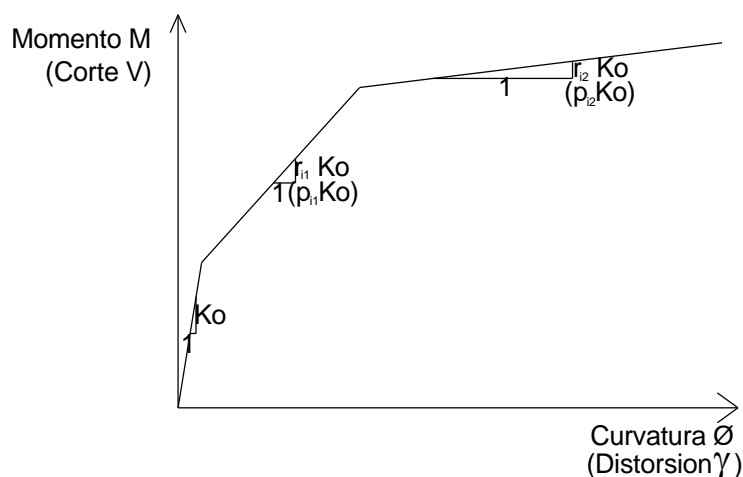
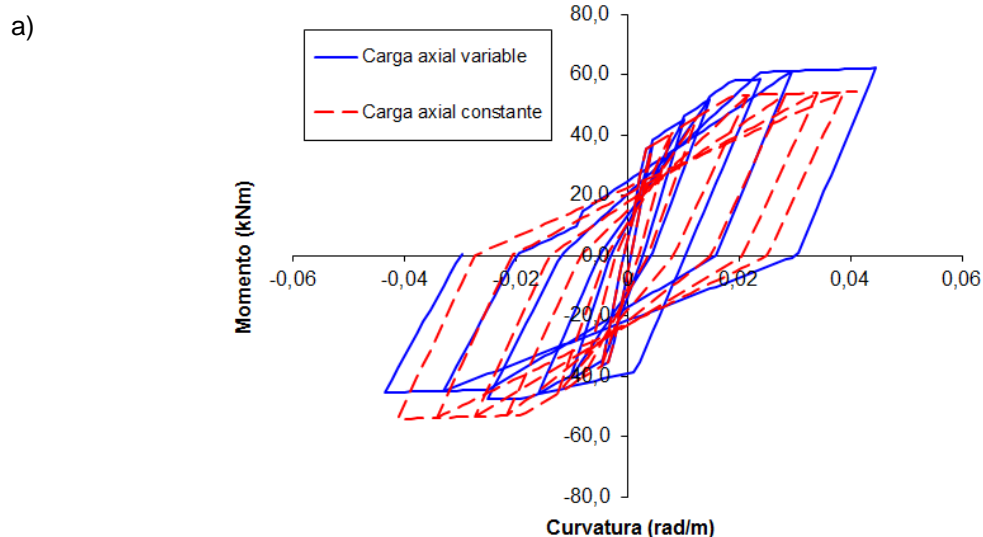


Figura 5 Factores bilineales para conocer la rigidez instantánea

A partir de los modelos histeréticos correspondientes a cada uno de los resortes, es posible conocer la rigidez instantánea para un estado de deformación dado. La rigidez en cada instante se define mediante los factores r_i , para flexión, p_i para corte y η para la carga axial, según muestra la figura 5. Con estos factores se puede modificar las matrices de flexibilidad y rigidez de los resortes.

Con la rigidez instantánea y la definición de la flexibilidad de los resortes es posible conocer la matriz de flexibilidad y por lo tanto la matriz de rigidez, de cada elemento en cada paso de carga, como se explico previamente .

Para considerar la variación de las propiedades de flexión con la carga axial se construye el diagrama de interacción de flexión-axial, definido al menos por 4 puntos (Park y Paulay 1975, Llopiz 2007). Para las propiedades de corte se puede realizar algo similar, modificando las resistencias en función de la carga axial existente, utilizando por ejemplo, la formulación del USCD (Calvi *et al* 2005). La figuras 6a y 6b muestran la respuesta en flexión y corte cuando se considera la carga axial variable y cuando la misma se mantiene constante. En ambos casos se ha considerado que cuando las deformaciones son positivas la carga axial aumenta su valor de compresión y en forma similar, cuando las deformaciones son negativas, se considera que la carga axial aumenta su valor de tracción.



b)

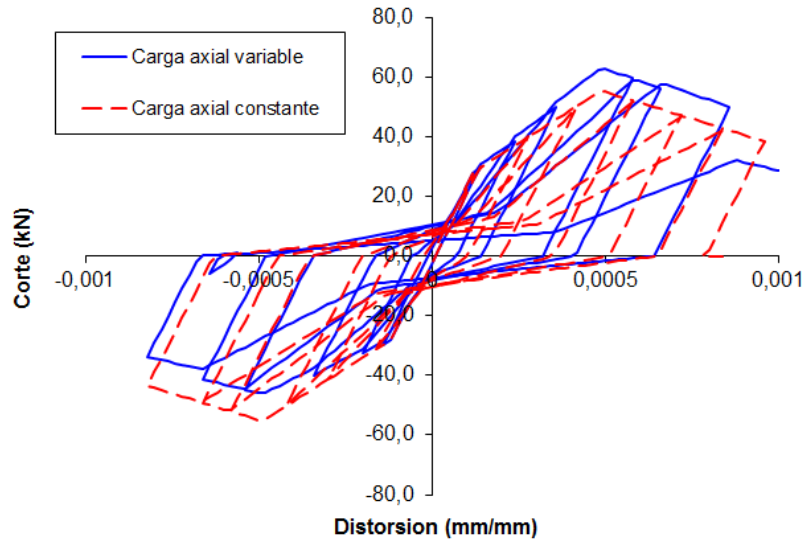


Figura 6 Respuesta histerética de flexión a) y de corte (b, considerando la carga axial constante y variable

Además de definir el diagrama de interacción para flexión y corte es necesario modificar los ciclos histeréticos para evitar un salto brusco en rigidez ante una variación de la carga axial gradual. Se puede apreciar que el modelo capta la variación de la carga axial sin cambios bruscos (saltos de carga) en el comportamiento, sino que se modifica la rigidez instantánea con dicha variación de carga.

4. VALIDACION DEL MODELO

El modelo de columna desarrollado se ha validado en forma monotónica y cíclica con resultados experimentales de pilas de puentes (Calvi *et al* 2005) y con paneles sándwich M2 (Bounas y Pavese 2010), todos ensayados en los laboratorios del EUCENTRE, en Pavia. Además se comparó con los resultados experimentales de columnas ensayadas por Sezen, en el año 2002. Los distintos modelos han sido sometidos a una historia de desplazamientos cíclicos crecientes e independientes del tiempo, impuestos en la cima.

Las características geométricas de las columnas de puente, ensayadas por Calvi *et al.* (2005) y Peloso (2003), se pueden ver en las figuras 7 y 8 y la tabla 1 muestra un resumen de las propiedades.

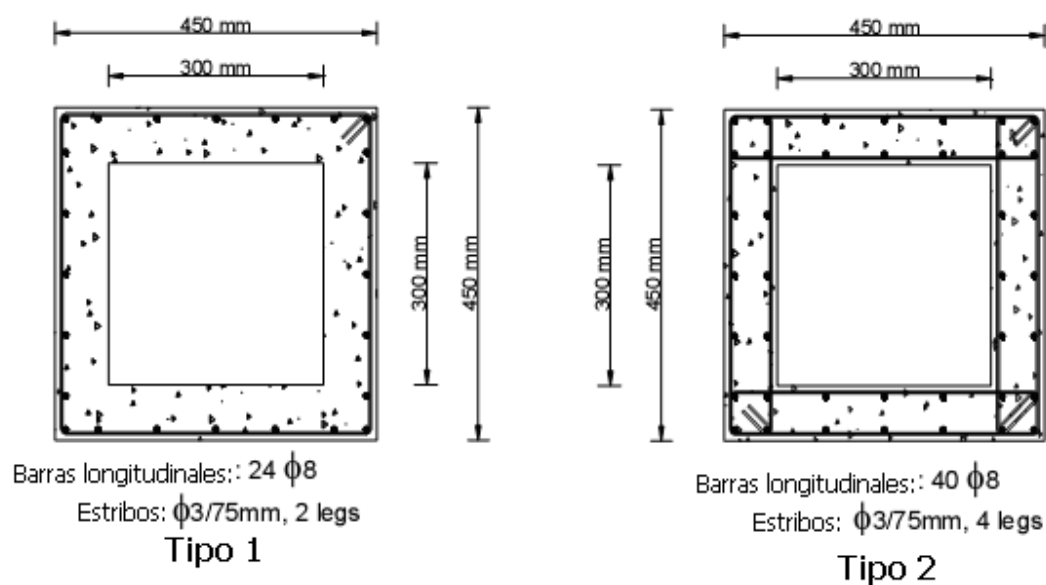
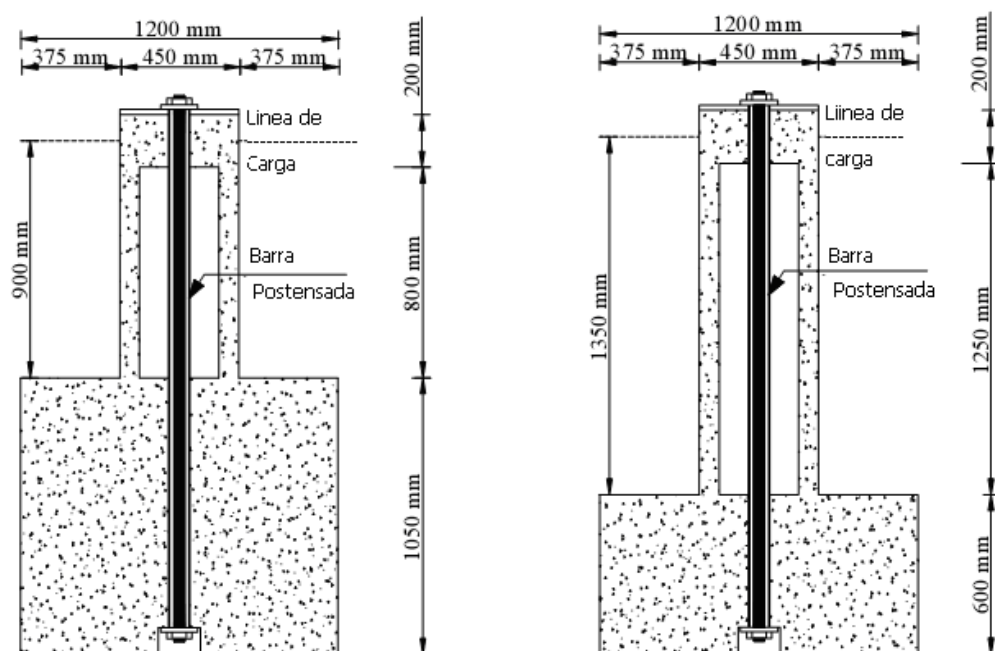


Figura 7 Secciones transversales de las columnas S (tipo 1) y T (tipo 2).
 (Calvi *et al.* 2005, Peloso 2003)



Propiedades geometricas de los especímenes S y T.

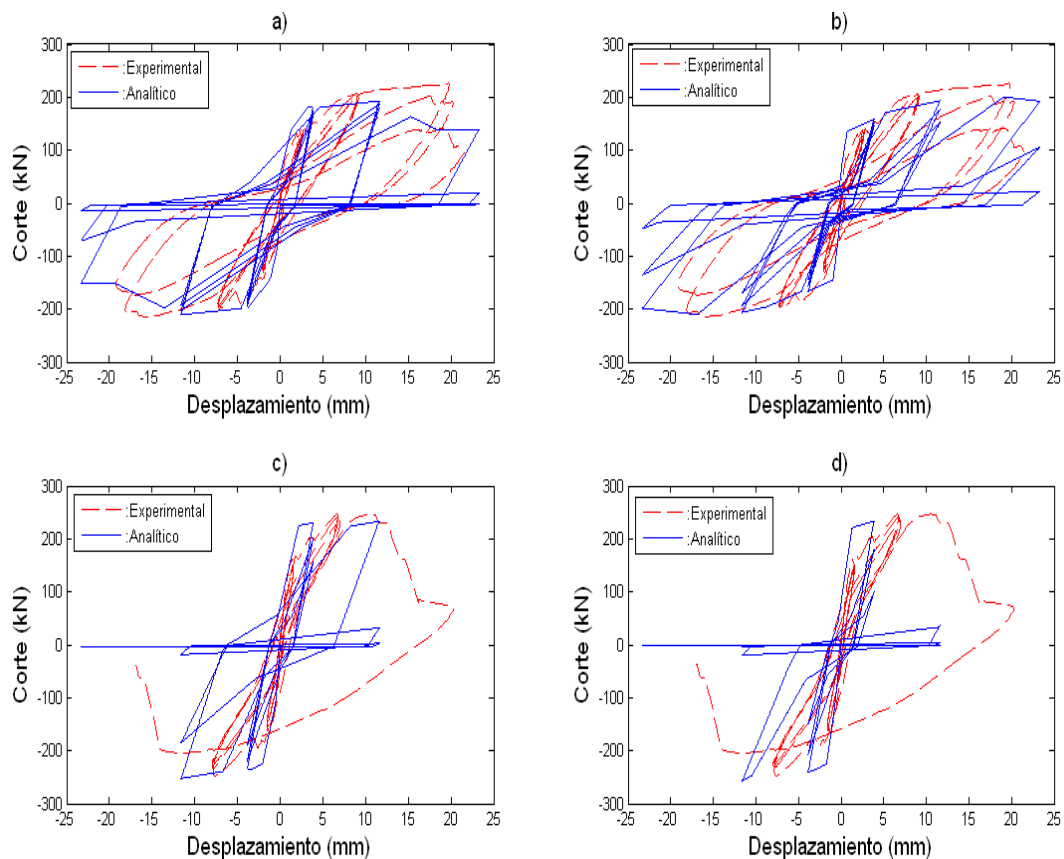
Figura 8 Columnas S y T. (Calvi *et al.* 2005)

Tabla 1 Propiedades de las columnas de puente de Calvi *et al* (2005).

Columna	f'_c (MPa)	Altura (mm)	Refuerzo de la sección	Carga axial (kN)	Modo de colapso
S250	35.0	900	Tipo 1 $\rho_{l1}=1.07\%$ $\rho_{s1}=0.13\%$	250 ($v=0.06$)	Corte
S500	23.7			500 ($v=0.19$)	
T250	30.3	1350	Tipo 2 $\rho_{l1}=1.77\%$ $\rho_{s1}=0.25\%$	250 ($v=0.07$)	Corte combinado con flexión
T500	29.7			500 ($v=0.15$)	

En las figuras 9 se observa la respuesta cíclica obtenida analíticamente con los elementos EMV1a y EMV1b comparada con la respuesta experimental de las pilas de puentes ensayadas por Calvi *et al* (2005). Se puede ver que en todos los casos los modelos representan en forma adecuada la degradación de rigidez y resistencia vista experimentalmente. Además se nota el efecto de *pinching*, el cuál es típico en elementos dominados por esfuerzos de corte.

La figura 10 muestra un corte de los paneles M2 ensayados en EUCENTRE (Bournas y Pavese 2010). Estos paneles estaban compuestos por un centro de espuma de poliestireno sobre la cual se colocaba una malla de acero en ambos costados y posteriormente se recubría con hormigón. Este sistema mostró un comportamiento donde los lazos sufrían un gran estrechamiento en los ciclos (*pinching*), típico de elementos dominados por esfuerzos de corte. La envolvente de corte utilizada en estos análisis fue obtenida en forma experimental, a partir de los valores de tensiones de corte y módulos de elasticidad transversal calibrados en trabajos previos. (Bournas y Pavese 2010)



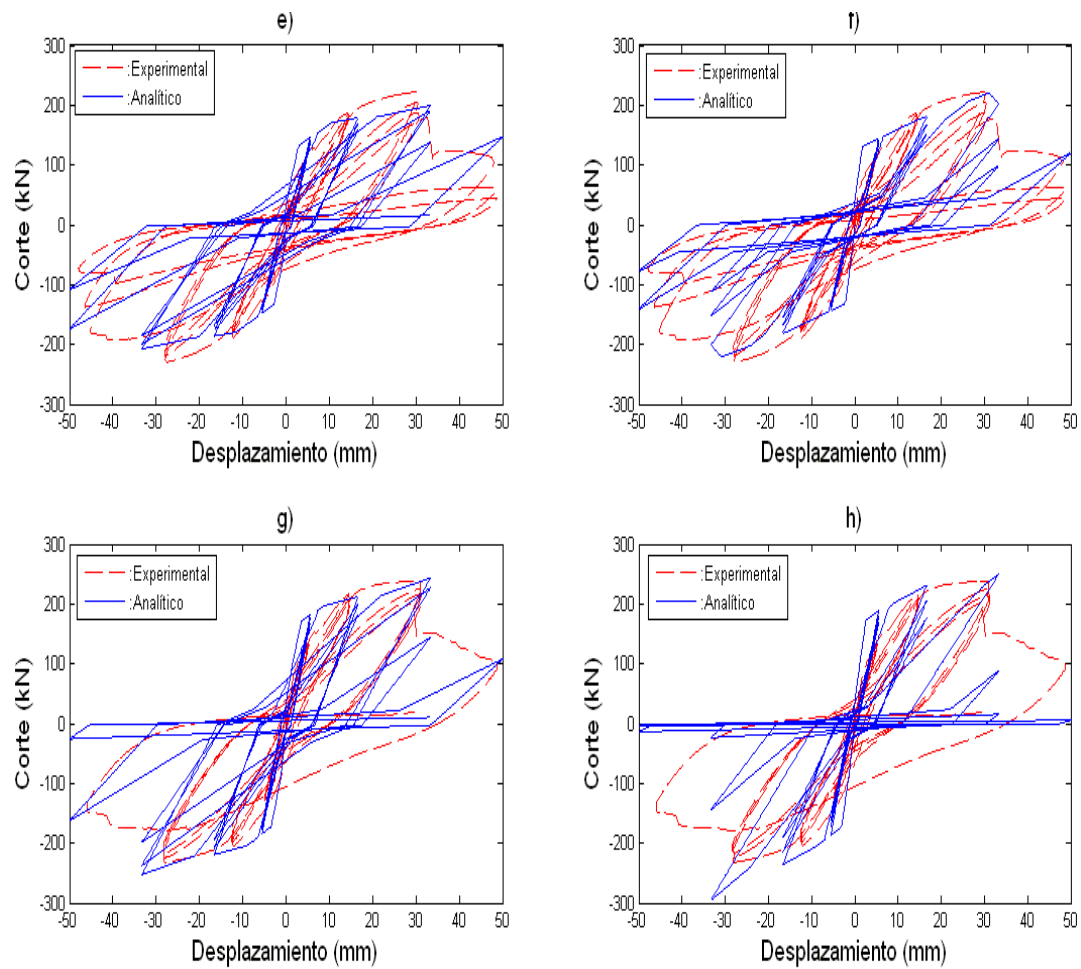


Figura 9 Comparación con resultados experimentales – respuesta cíclica.

a)S250-EMV1a, b)S250-EMV1b, c)S500-EMV1a, d)S500-EMV1b, e)T250-EMV1a, f)T250-EMV1b, g)T500-EMV1a, h)T500-EMV1b

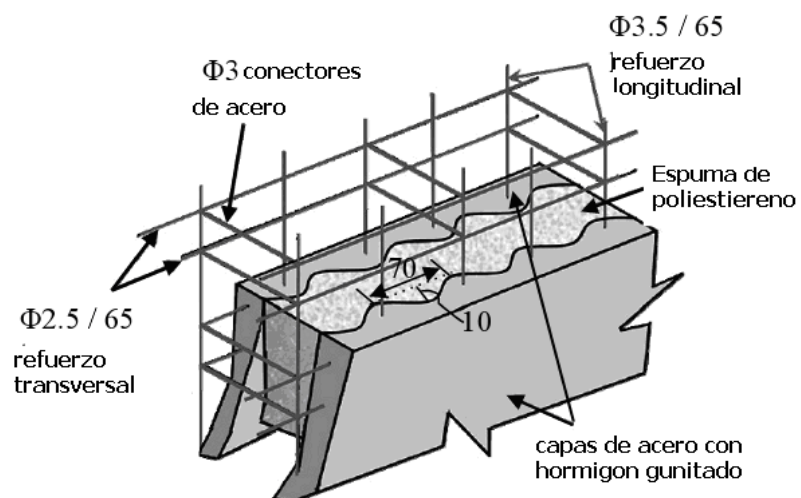
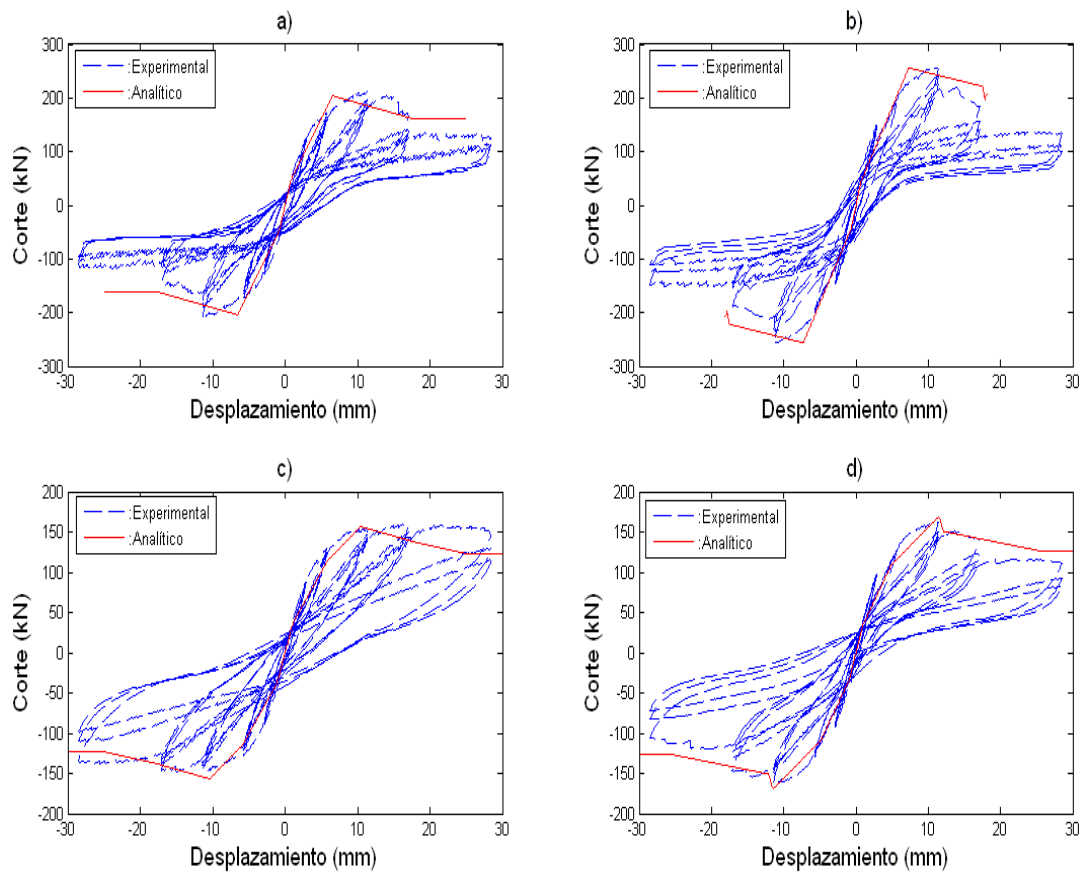


Figura 10 Descripción panel M2 (Bournas y Pavese 2010)

Tabla 2 Propiedades de los paneles M2 (Bournas y Pavese 2010)

Espécimen	Dimensiones (m)	Dimensiones de abertura (m)	Carga axial (kN)
P3-150	3.00 x 3.00		150
P3-300	3.00 x 3.00		300
P4-150	4.00 x 3.00		150
P4-300	4.00 x 3.00		300
P3-150-W	3.00 x 3.00	Ventana (1.2 x 1.20)	150
P3-300-W	3.00 x 3.00	Ventana (1.2 x 1.20)	300
P3-150-D	3.00 x 3.00	Puerta (2.1 x 0.9)	150
P3-300-D	3.00 x 3.00	Puerta (2.1 x 0.9)	300

Las figuras 11 muestran las envolventes monotónicas obtenidas para los paneles M2 con el elemento EMV1a. Se observa en todos los casos que la respuesta analítica es una envolvente de la respuesta experimental, y es capaz de tomar la degradación de resistencia que se genera en los paneles.



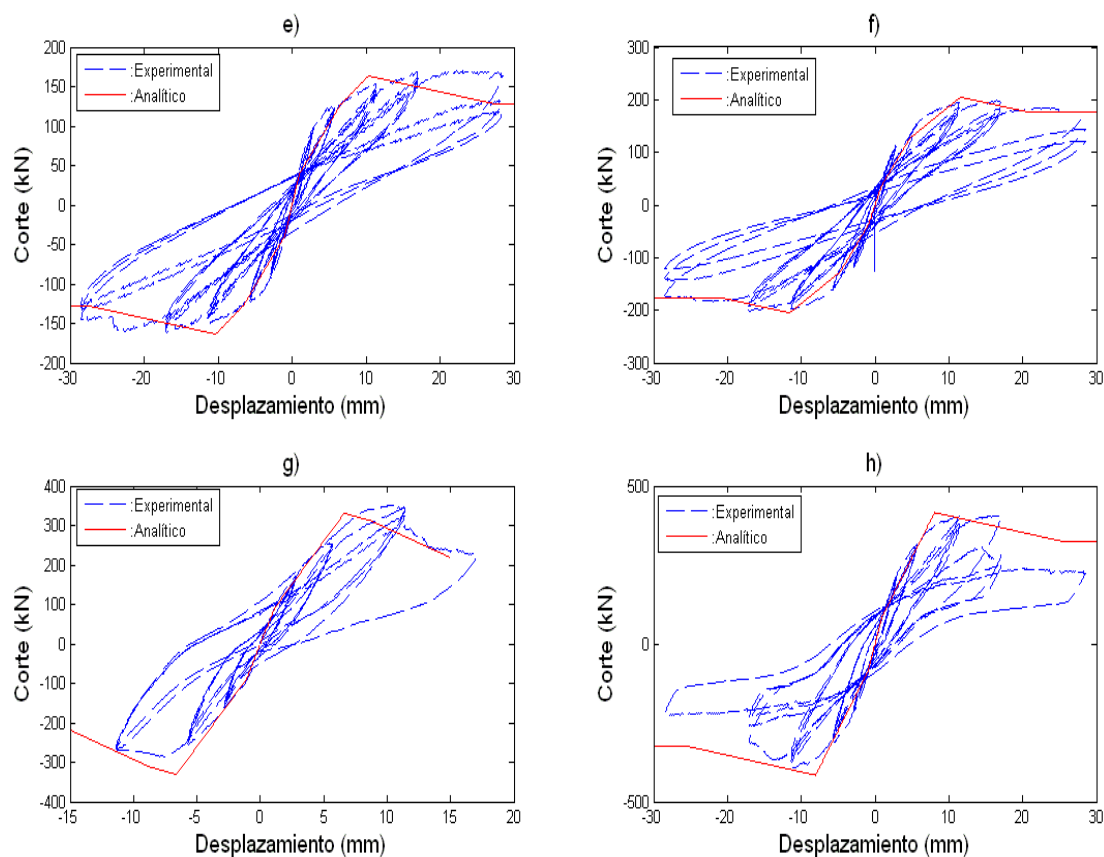
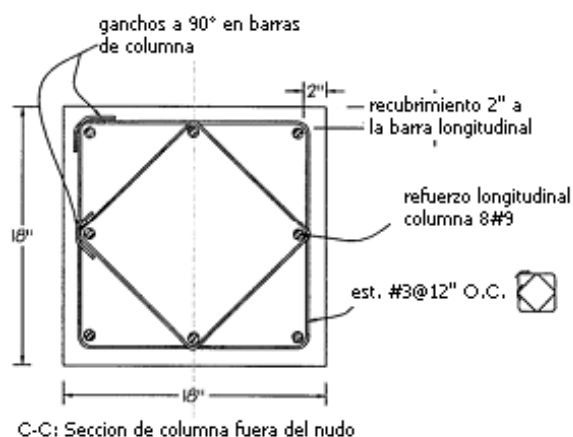


Figura 11 Comparación con resultados experimentales – monotónico.

a)P3-150, b)P3-300, c)P3-150-D,d)P3-300-D, e)P3-150-W, f)P3-300-W, g)P4-150, h)P4-300

En 2002, Sezen ensayó una serie de columnas de hormigón armado con el objeto de estudiar el comportamiento sísmico de las mismas. El esquema general de las columnas ensayadas se puede ver en la figura 12, donde se muestra una sección transversal típica y una elevación de la columna. Algunas de estas columnas se modelaron con los elementos propuestos y se calculó la respuesta monotónica de las mismas. Esta respuesta se presenta en la figura 13 y muestra una muy buena correlación con las envolventes experimentales obtenidas.



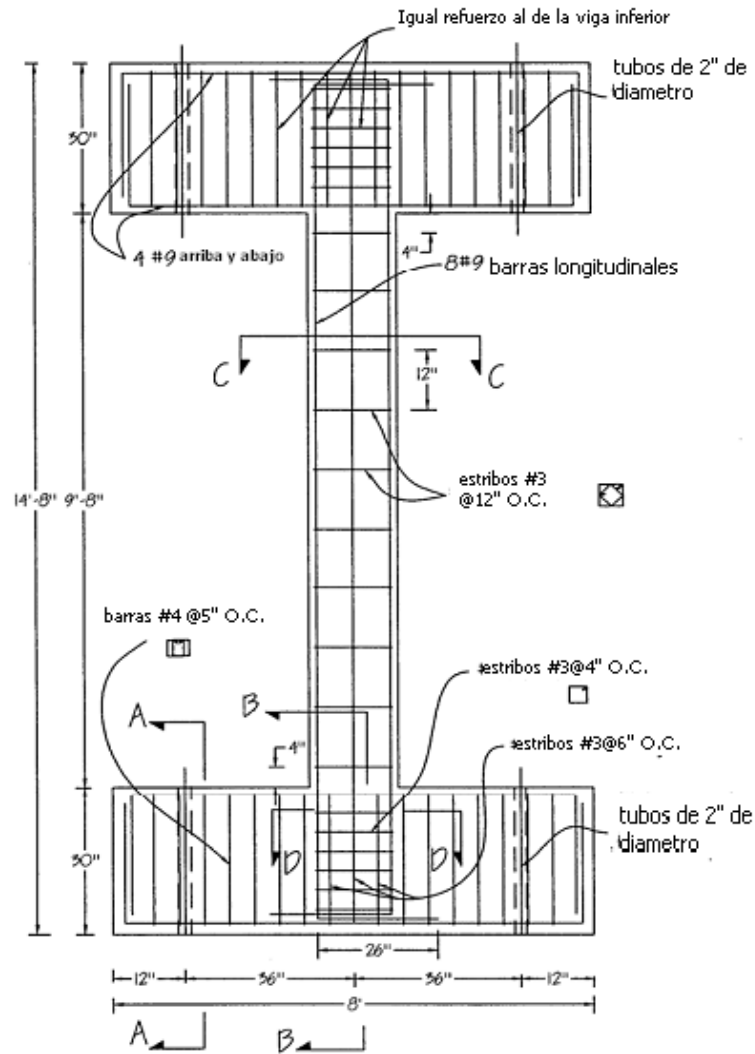
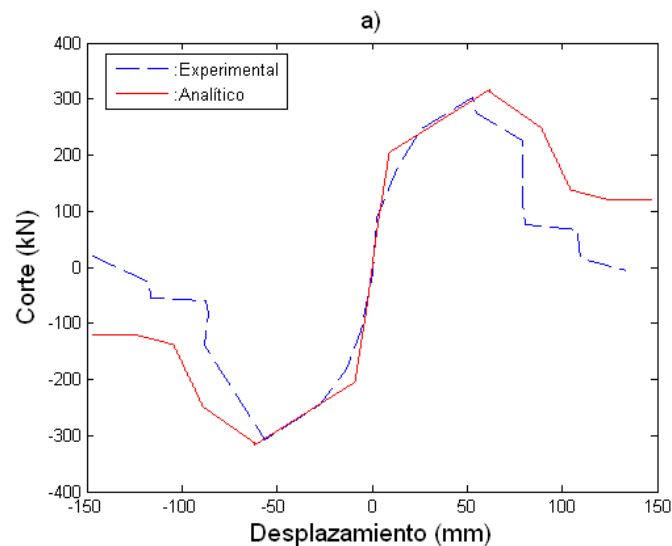


Figura 12 Columnas ensayadas por Sezen (2002)

En las figuras 13 se observa la respuesta estática envolvente de las columnas ensayadas por Sezen (2002). Se ve que el modelo propuesto es capaz de representar adecuadamente el comportamiento no lineal, por corte y flexión de estos elementos. De esta manera, el elemento propuesto es apto para modelar estructuras de hormigón armado en donde se esperen fallas por flexión, corte, o combinación de ambos esfuerzos.



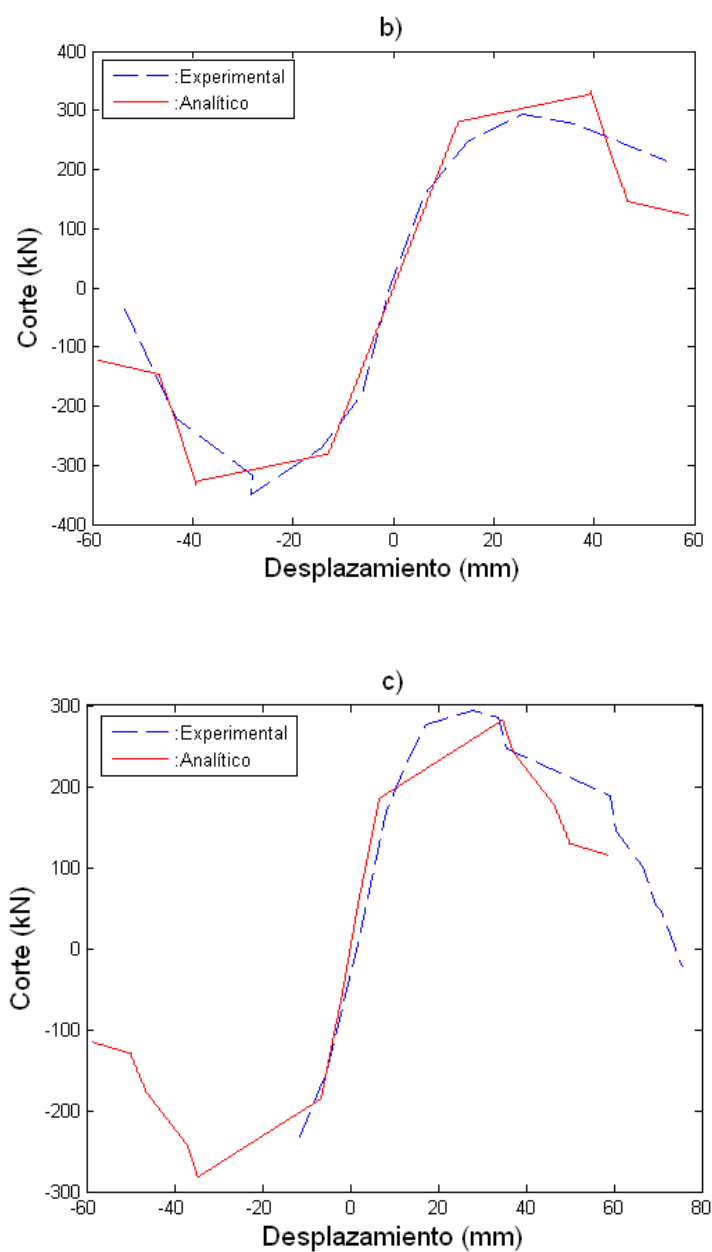


Figura 13 Comparación de resultados de las columnas ensayadas por Sezen (2002)

La comparación con resultados experimentales indica que los modelos propuestos son aptos para modelar estructuras de hormigón armado donde se esperan fallas por flexión, corte, o combinación de ambas. Además el elemento permite la interacción de los esfuerzos de corte y flexión con las fuerzas axiales, situación que los hace adecuados para representar el efecto de cargas axiales variables y la variación de la resistencia con las mismas.

5. CONCLUSIONES

Se presentan en este trabajo dos elementos columna propuestos para analizar estructuras de hormigón armado sometidos a fuerzas axiales, de corte y de flexión. La principal ventaja de estos modelos es que permiten considerar la interacción entre los esfuerzos axiales y de corte y entre los esfuerzos normales y de flexión. El primero de ellos, denominado EMV1a, incluye resortes no lineales de flexión y de corte en los extremos, y el segundo con dos resortes de flexión en los extremos y un resorte central de corte, llamado EMV1b. La diferencia fundamental entre ambos es la simplicidad de implementación del primer modelo y la capacidad de representar físicamente el desplazamiento de la fisura con una mayor dificultad de implementación del segundo modelo.

El comportamiento de cada resorte se representa mediante leyes histeréticas que siguen una envolvente obtenida con los métodos comunes de análisis de secciones de hormigón armado, las cuales se modifican por efecto de la carga axial. Se ha probado la bondad de los elementos mediante comparaciones con ensayos experimentales. Los elementos muestran una adecuada envolvente estática de las respuestas experimentales y es capaz de representar, en forma cíclica, la degradación de rigidez y resistencia vista experimentalmente, con lo cual se concluye que el modelo es adecuado para representar el acoplamiento entre las fuerzas de corte y de flexión, con carga axial variable, en elementos de hormigón armado.

REFERENCIAS

1. Al-Haddad, M.S., (1990), "Mathematical model for cyclic loading of a R.C. beam with relocatable plastic hinges", J. King.Soud Univ., vol.2, Eng. Sci. ,pp. 213-228
2. Aguiar Falconi, R.A., (2003), "Análisis sísmico por desempeño", primera edición. Centro de investigaciones científicas. Escuela politécnica del ejército, Ecuador. 329p.
3. Ascheri, J.P., Moller, O. y Rubinstein, M., (2009), "Implementación de un elemento no lineal para modelización del comportamiento de un disipador de energía por fluencia de acero.", ENIEF, 2009.
4. Bournas, D.A., and Pavese, A., (2010), "Experimental behavior of prefabricated concrete walls subjected to seismic loading", 14th ECEE, ohrid.
5. Calvi, G.M., Pavese, A., Rasulo, A. and Bolognini, D., (2005) , "Experimental and numerical Studies on the seismic response of R.C. hollow bridge piers." Bulletin of Earthquake Engineering, Volume 3, Number 3, 267-297.
6. Carr, A.,(2007), "Ruaumoko theory and user manual", University of Canterbury, New Zealand.
7. Crisafulli, F.J., (1997), "Seismic design of reinfoced concrete structures with masonry infills", ph.D. thesis, Canterbury, 1997.
8. Combescure, D., (2006), "Some contributions of physical and numerical modelling to the assessment of existing masonry infilled RC frames under extreme loading", first european conference on earthquake engineering and seismology, Geneva, Switzerland
9. D'ambrisi, A. And Filippou, F.C., (1999), "Modeling of cyclic shear behavior in RC members", journal of structural engineering.
10. Filippou, F.C, y Issa, A., (1988), "Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversals", Report No. UCB/EERC-88/12, Earthquake Engineering Research Center. College of Engineering, University of California, Berkeley

11. Filippou, F.C, D'ambrisi, A. y Issa, A., (1992), "Nonlinear static and dynamic analysis of reinforced concrete subassemblages", Report No. UCB/EERC-92/08, Earthquake Engineering Research Center. College of Engineering, University of California, Berkeley
12. Flores Lopez, J., (1993), "Modelos de daño concentrado para la simulación numérica del colapso de pórticos planos", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Vol. 9, 2, 123-139.
13. Lanese, I., Crisafulli, F. J. and Pavese, A.. (2009), "NEARB-OPCM3274: Shake table test of a R.C. building designed for gravity load only, seismic response and frame-panel interaction" COMPDYN 2009, 2nd Internacional Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Greece.
14. Leu, L.J. and Cheng, J.C., (2000), "Flexibility based formulation for nonlinear analysis of reinforced concrete frames considering the effects of finite length inelastic zones", journal of the chinese institute of engineers, vol.23, n°1, pp. 97-108
15. Llopiz, C.R., (2009), "Apuntes de hormigón armado 2". Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo. <http://fing.uncu.edu.ar/catedras>
16. Sezen, H., (2002), "Seismic Behavior and Modeling of Reinforced Concrete Building Columns," Ph.D. Dissertation. University of California, Berkeley, 324 pp.
17. Spacone, E., Ciampi, V. And Filippou, F.C., (1992), "A beam element for seismic damage analysis", Repot No UBC/EERC-92/07. Earthquake Engineering Research Center. College of Engineering, University of California, Berkeley
18. SeismoStruct (2007), Software applications for analysis of structures subjected to seismic actions. SeismoSoft Ltd., Pavia, Italy, V. 4.1.0.
<http://www.seismosoft.com/SeismoStruct/index.htm>.
19. Thomson, E. and Florez-Lopez, J., (2004), "A simplified damage model for shear dominated reinforced concrete walls under lateral forces", 13th World Conference on Earthquake Engineering , Vancouver, B.C., Canada
20. Torrisi, G. y Crisafulli, F., (2010), "Modelación refinada de muros de mampostería encadenada", Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Argentina, 2010.
21. Zabala, F., Bustos, J.L., Masanet, A.R. and Santalucia, J.R., (2002), "Aspectos del diseño de muros de mampostería encadenada bajo cargas sismicas", Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estructural.